Aufgaben Experimentalphysik

Berechnen Sie den Schwerpunkt S eines homogenen Kugelsektors.
Der Radius der Kugel sei R, der halbe Öffnungswinkel des Sektors sei α.

Aufgaben RdP

Lineare Abbildungen in der Ebene

Bestimmen Sie das Bild des Ortsvektors $\vec{r} \doteq \binom{x}{y}$ unter der aktiven Transformation $\vec{r} \mapsto \widehat{A} \cdot \vec{r}$ mit $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$ und skizzieren Sie das Vektorfeld $\vec{v}(\vec{r}) = \widehat{A} \cdot \vec{r}$ für $A = \ldots$

$$a)\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad b)\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad c)\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad d)\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$e)\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad f)\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad g)\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \quad h)\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Skizzieren Sie einige Strömungslinien $\vec{r}(t)$ so dass $\dot{\vec{r}}(t) = \vec{v}(\vec{r}(t))$.
Welche Vektorfelder besitzen ein Potenzial $V(\vec{r}) = \frac{1}{2}\,\vec{r} \cdot \widehat{A} \cdot \vec{r}$ so dass $\vec{v}(\vec{r}) = -\vec{\nabla} V(\vec{r})$?
Skizzieren Sie einige Äquipotenziallinien $\vec{r}(t)$ so dass $V(\vec{r}(t)) =$ konstant.

Eigenwertprobleme

Zu jeder der symmetrischen Matrizen

$$G = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad \text{und} \qquad H = \begin{pmatrix} 3 & -\sqrt{3} \\ -\sqrt{3} & 1 \end{pmatrix}$$

bestimme man die Eigenwerte λ_1 und λ_2, die zugehörigen normierten Eigenvektoren $\vec{f}_1$ und $\vec{f}_2$ (ist $\vec{f}_1 \perp \vec{f}_2$?) und schreibe diese in die Zeilen einer $2{\times}2$-Drehmatrix D. Bilden Sie zur Probe $DGD^\top$ und $DHD^\top$. Ohne neue Rechnung: Welche Eigenwerte haben

$$J = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} \qquad \text{und} \qquad K = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} \qquad ?$$